VARIACE

V kombinatorice se často setkáváme s *k*-člennými skupinami utvořenými z daných *n* prvků tak, že v nich záleží na pořadí a žádný se nesmí opakovat. Například: kolika možnými způsoby může být mezi osm finalistů olympijského závodu na 100 m rozdělena zlatá, stříbrná a bronzová medaile, ptáme se vlastně na to, kolika způsoby lze z daných osmi atletů utvořit uspořádanou trojici. Uspořádanou trojicí zde rozumíme trojici, ve které záleží na pořadí. Takové skupiny se nazývají **variace,** přesněji ***k*-členné variace z *n* prvků*.*** (Zde tříčlenná variace z osmi prvků).

Definice: *k-členná variace z n prvků je uspořádaná k-tice sestavená z těchto prvků tak, že se každý v ní vyskytuje nejvýše jednou.*

Pro ilustraci uvedeme část tříčlenných variací ze čtyř prvků *a, b, c, d:*

*(a, b, c), (a, c, b)*

*(a, b, d), (a, d, b)*

*(a, c, d), (a, d, c)*

*toto jsou všechny možnosti, kdy je prvek a na prvním místě, stejně by šlo postupovat tak, aby na prvním místě byl prvek b, následně prvek c, následně prvek d*

Jak budeme postupovat při výpočtu našeho příkladu: pro výběr závodníka na 1. místě máme osm možností, pro výběr závodníka na 2. místě máme k dispozici 8 – 1 možností, protože ten na prvním místě už byl vybrán, pro výběr závodníka na 3. místě máme k dispozici 8 – 2 možností. Vezmeme-li k vyjádření matematické symboly: na 1. místo máme *n* prvků, na 2. místo máme *n – 1* možností, na 3. místo máme *n – 2 možnosti*

Podle kombinatorického pravidla součinu je počet všech těchto uspořádaných *k-*tic roven součinu:

*n(n – 1)(n – 2)……..(n – (k – 1)) = n(n – 1)(n – 2) …………..(n – k + 1)*

pro Vaše lepší pochopení *n* je počet všech prvků, ze kterých vybíráme, *k* je počet prvků které vybíráme. Takže např. máme šest (*n)* dívek, ze kterých vybíráme čtyři (*k*)

v našem příkladu tedy: 8 . 7 . 6 = 336

celé to matematicky značíme: V (*k,n*) = *n(n – 1)(n – 2)………(n – k + 1).*

Teď se ještě můžeme vrátit k určení počtu tříčlenných variací ze čtyř prvků:

Zapíšeme V (3, 4) = 4 . 3 . 2 = 24 (podle vzorce: 4(4 – 1)(4 – 2).

Příklad č. 2:

K sestavení vlajky, která má být složena ze tří různobarevných vodorovných pruhů, jsou k dispozici látky barvy bílé, červené, modré, zelené a žluté.

1. Určete počet vlajek, které lze z látek těchto barev sestavit

Vzhledem k tomu, že každé dva pruhy mají být různé barvy a že záleží na pořadí těchto pruhů, jde o tříčlenné variace z pěti prvků. Zapíšeme: V (3, 5) = 5 . 4 . 3 = 60 různých vlajek

1. Kolik z nich má modrý pruh?

Protože je dáno, že musí jeden pruh být modrý, máme k dispozici už jen čtyři barvy na dvě pozice. Což je variace V (2, 4) = 4 . 3 = 12 možností. K tomu je nutno připočítat, že modrý pruh může být nahoře, uprostřed nebo dole, což jsou tři možnosti, vlajek s modrým pruhem může být 12 . 3 = 36

1. Kolik jich má modrý pruh uprostřed?

Vlajek s modrým pruhem uprostřed je V (2, 4) = 4 . 3 = 12, protože pro modrý pruh máme jen jednu možnost

1. Kolik jich nemá uprostřed červený pruh?

Zde použijeme logiku – počet vlajek s červeným pruhem uprostřed je stejný, jako počet vlajek s modrým pruhem uprostřed, tj. 12. Celkový počet vlajek jsme spočítali na 60 (viz bod a), a od celkového počtu odečteme ty, které nechceme: 60 – 12 = 48

Příklad č. 3:

Výbor sportovního klubu tvoří šest mužů a čtyři ženy. Určete:

1. Kolika způsoby z nich lze vybrat předsedu, místopředsedu, jednatele a hospodáře:

Máme V (4, 10) = 10 . 9 . 8 . 7 = 5 040

1. Kolika způsoby z nich lze vybrat funkcionáře podle a) tak, aby ve funkci předsedy byl muž a ve funkci místopředsedy byla žena nebo obráceně

Zde počítáme takto: na první pozici 6 mužů, na druhou pozici 4 ženy, na třetí pozici libovolný ze zbývajících 8, na čtvrtou pozici libovolný ze zbývajících 7, takže 6 . 4 . 8 . 7 a protože to může být i opačně, přičteme variantu 4 ženy předsedou, 6 mužů místopředsedou, ostatní libovolně: 4 . 6 . 8 . 7. Takže výpočet je: 6 . 4 . 8 . 7 + 4 . 6 . 8 . 7 = 2 688

DOMÁCÍ ÚKOL:

V textu máte celkem tři příklady (první jsou běžci na olympiádě). Přepočítejte tyto příklady za těchto podmínek:

Příklad č. 1: jeden z finalistů se ke startu nedostavil

Příklad č. 2: k dispozici je ještě fialový pruh látky

Příklad č. 3: ve výboru jsou jen tři ženy (členů je tedy celkem 9)